

◆◆◆◆ 第9章 練習問題 ◆◆◆◆

9.1 標本平均は母平均に対してどのような役割をもつか. また, 標本分散と母分散の関係について述べよ.

9.2 多数のねじが入っている箱から6本を取り出してその直径を精密に測定したところ, 次のような結果を得た.

1.22, 1.24, 1.25, 1.19, 1.17, 1.18 (mm)

標本平均 $\bar{X}$ と標本分散 s^2 を計算せよ.

9.3 〈不偏分散の優位〉 次の5系列のデータ $\{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$ は, 各系列とも $[0, 1]$ 上の一様乱数10個から成り立っている.

各系列に対して,

$$s^2 = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 / 9, \quad S^2 = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 / 10$$

を計算し, 一様分布の分散 $\sigma^2 = 1/12$ とそれぞれ比較せよ.

(注) これらの系列は, 典型的なもののみを示してある.

系列(1)	系列(2)	系列(3)	系列(4)	系列(5)
0.3104913	0.2753351	0.3368585	0.4086511	0.4449823
0.3304700	0.4359388	0.2513685	0.8016156	0.1457471
0.0324358	0.7160295	0.2697405	0.3221239	0.9303545
0.8283330	0.7775517	0.1164189	0.8498936	0.1033269
0.1727581	0.3251019	0.3085003	0.4362011	0.4415264
0.6306326	0.1736013	0.2234060	0.8559286	0.5430776
0.7210595	0.0921532	0.9427391	0.9982964	0.8274743
0.2451280	0.1318467	0.5800890	0.5540422	0.3946336
0.7243750	0.0642188	0.7194922	0.3757575	0.8696082
0.8197760	0.8002448	0.8344245	0.1312537	0.6028266

9.4 〈不偏分散の不偏性〉 確率変数(標本) $X_1, X_2, \dots, X_n$ は独立, 同一の確率分布(母集団分布)に従うとし,

$$E(X_i) = \mu, \quad V(X_i) = \sigma^2 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

とする. 自由度 $n-1$ で割って定義した分散

$$(9.5) \quad s^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n-1) \quad \left(\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n \right)$$

に対し, その不偏性

$$(9.6) \quad E(s^2) = \sigma^2$$

を証明せよ.

9.5 〈二項母集団と0-1信号〉 A点からB地点へ0または1の信号を送るとき, 途中における諸影響(ノイズという)により, B地点では確率0.9で正しい信号を, 確率0.1で誤った信号を受け取るものとする. いま, 信号の精度を改善するために信号は n 回(ただし奇数)繰返し, n 回受信された信号のうち, 多いほうのもののによって, 送られた信号が0か1であるかを決定する. $n=3, 5$ の場合, 信号が正しく伝達される確率を求めよ.

9.6 〈ポアソン母集団と到着数〉 あるデパートの注文服売場の販売員のところへ来る1時間当りの来客数は, $\lambda=1.5$ のポアソン分布に従うという. 午前3時間の来客数が5人以上である確率を求めよ.

9.7 〈交通事故統計〉 1988年の統計によれば, 同年における10万人当りの交通事故死亡者数, 交通事故死傷者数は, 次の通りであった.

	北海道	東京	大阪	福岡	全国
交通事故死亡者数	9.7	4.0	5.7	7.8	8.4
交通事故死傷者数	526.6	508.7	703.8	867.2	621.6

各都道府県において, 人口10万人の都市を考えると,

i) 1年間の交通事故死亡者数が10人未満である確率を求めよ.

ii) 1日の交通事故死傷者数が5人未満である確率を求めよ.

(注) プログラム電卓程度の計算が必要である.