

10.1 天秤で重さ 100 g の物体を測定する。1 回ごとの測定には誤差が生じるがその確率分布は平均 0, 分散 0.1 の正規分布 $N(0, 0.1)$ であるとする。測定を 10 回繰返すとき, 測定値の平均 $\bar{X}$ の標本分布を求めよ。また, $|\bar{X}-100|>0.3$ となる確率を計算せよ。

10.2 〈標本の大きさの決定〉 上の問題と同一の天秤を使い, $|\bar{X}-100|<0.1$ となる確率を, 0.9 以上とするためには, 何回測定を繰返せばよいか。

10.3 母平均 $\mu=4$, 母分散 $\sigma^2=15$ の正規母集団から, 大きさ $n=10$ の標本を抽出する。

- i) 標本平均 $\bar{X}$ が 3 と 6 の間にある確率を求めよ。
- ii) 標本分散 s^2 が a を越える確率が 0.05 となるような定数 a の値を求めよ。

10.4 母平均 $\mu=3$ の正規母集団 (σ^2 は未知) から, 大きさ $n=15$ の標本を抽出する。 s を標本標準偏差とすると, $(\bar{X}-3)/s > a$ となる確率が 0.01 となるような定数 a の値を求めよ。

10.5 母平均 $\mu_1=2$, 母分散 $\sigma_1^2=3$ の正規母集団から大きさ $n=10$ の標本を, 母平均 $\mu_2=5$, 母分散 $\sigma_2^2=4$ の正規母集団から大きさ $n=8$ の標本を抽出する。二つの標本平均の差の標本分布を求めよ。

10.6 10.5 の二つの標本から標本分散の比 s_1^2/s_2^2 を計算するとき, その比が c を越える確率が 0.05 となるような定数 c の値を求めよ。

10.7 一つまたは二つの正規母集団からの標本について, 次の確率を求めよ。

- i) 大きさ $n=10$ の標本で標本平均 $\bar{X}$ が母平均から $\bar{X}$ の母標準偏差の 0.8 倍以上ずれる
- ii) 同じく, 標本平均 $\bar{X}$ が母平均から $\bar{X}$ の標本標準偏差の 0.8 倍以上ずれる
- iii) 同じく, 標本分散 s^2 が母分散の 2 倍を越えまたは 1/2 倍を下回る
- iv) 大きさが $n=m=10$ の 2 標本について, 母平均は等しいのに, 二つの標本平均が標本標準偏差 (ただし 2 標本を併合して計算する) の 3 倍以上ずれる。ただし, 母分散は等しいとする。
- v) 同じく, 二つの標本分散が 3 倍以上異なる確率

10.8 〈 z 変換〉 身長と体重の母集団分布は 2 次元正規分布とする。母集団における相関係数 (母相関係数) が $\rho=0.6$ であるとき, 大きさ $n=15$ の標本からの標本相関係数 r に対し, $c_1 < r < c_2$ となる確率が 0.95 となるような定数 c_1, c_2 の値を求めよ。

10.9 〈パーセント点〉 i) パーセント点についての次の関係式を確認せよ。

- i) (a) $(Z_{\alpha/2})^2 = \chi_{\alpha}^2(1)$ (b) $(t_{\alpha/2}(k))^2 = F_{\alpha}(1, k)$
 (c) $t_{\alpha}(k) \doteq Z_{\alpha}(k \geq 120)$
- ii) $\alpha=0.05, k=120$ のとき, 上の諸量を求めよ。