13.1 〈林業統計学〉　次のデータは，ある森林地区で測定した檜の胸高直径(観測者のほぼ胸の高さの位置での樹木の直径(寸))と樹高(尺)を示すものである.

i) 散布図を作成せよ.

ii) 樹高を胸高直径へ回帰せよ.

iii) ある人は，おおまかに見て，胸高直径が1寸延びれば0.9尺だけ高くなると考えた．この仮説を検定せよ．有意水準は5%とする.

iv) 標本回帰直線から2*s.e.* 以上はずれる樹木はあるか.

v) 胸高直径8寸の檜の樹高の平均値を推定せよ．このような操作を**外挿** extrapolation という.

直径	2	2	2	2	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	3	3	3	3	3	3	3	3.5
樹高	2	2.5	2.5	3	2	2.5	3	3	3	3.5	2.5	3	3	3.5	3.5	4	4.5	3

3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	4	4	4	4	4	4	4	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	5	5
3.5	4	4.5	5	5.5	3.5	4	4.5	4.5	5	5.5	5.5	4	4.5	5	5	5.5	5.5	6	4.5

5	5	5	5	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	6	6	6	6	6	6.5	6.5	6.5	6.5	7
5	5.5	6	6.5	5	5.5	5.5	6	6.5	7	5.5	5.5	6	6.5	7	5.5	6.5	7	7	7.5

(出典：松下『統計入門』)

13.2 〈弾性モデル〉　回帰分析は説明変数 X が1単位増加したとき被説明変数 Y の期待値がどの程度変化するかを分析するものであるが，実際のデータの分析では説明変数と被説明変数の変化率の関係を求めたいことも多い．変化率の関係は**弾性値** elasticity と呼ばれ，

$$\varepsilon = Y\text{ の変化率}/X\text{ の変化率} = (\Delta Y/Y)/(\Delta X/X)$$

である．すなわち，弾性値とは X が1%増加した場合 Y が何パーセント増加するかを表すものである．ΔX を0に近づけていった極限を考えると，弾性値は $(dY/Y)/(dX/X)$ となる．ここで，$\log X, \log Y$ の微分を考えると $d\log X/dX = 1/X$, $d\log Y/dY = 1/Y$ であるから，弾性値は結局 $d\log Y/d\log X$ である*)．したがって，データから弾性値 β を求めるには，$\log Y, \log X$ を用いて

$$\log Y_i = \beta_1 + \beta_2 \log X_i + u_i$$

と考えて β_2 を推定してやればよい.

下表のデータは，1960年から1988年までの日本の銅消費量と実質GDP(国内総生産)である(GDPは1980年価格).

i) 銅消費量とGDPをグラフに書いてその関係を分析せよ.

ii) 銅消費量のGDP弾性値を回帰分析によって推定せよ.

iii) 実質GDPが4%/年で増加すると仮定して2000年の銅消費量を推定せよ.

iv) 銅消費量のGDP弾性値が1であるという仮説を5%有意水準で検定せよ.

日本の銅消費量と実質国内総生産

年	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967
銅消費量(千t)	229	367	301	352	457	427	485	616
実質GDP(兆円)	61.2	70.0	74.9	82.8	93.6	98.5	108.8	120.1

1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978
695	806	815	826	951	1,202	881	827	1,050	1,127	1,241
135.1	152.5	165.8	173.0	189.9	202.6	199.7	205.0	214.9	226.3	238.1

1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
1,330	1,158	1,254	1,243	1,216	1,368	1,231	1,219	1,284	1,355
250.7	261.4	271.0	279.3	288.4	303.0	317.3	325.7	340.3	359.5

(出典：メタル経済研究所)

*) 微分積分学の理論によれば，微分操作 dY/dX 等は結果的に分数と考えて演算してよい.