4.1 〈ド・メレの問題〉 次の二つの賭けを比較せよ．

i） さいころを4回投げるとき，6の目が少なくとも1回出るのに賭けるか，1回も出ないほうに賭けるか．

ii） さいころを2個同時に24回投げるとき，(6, 6)の目が少なくとも1回出るのに賭けるか，1回も出ないほうに賭けるか．

なお，$4\times(1/6)=24\times(1/36)$ に注意する．

（注） この有名な問題はパスカルとフェルマーの往復書簡中にあり，後世，大論理学者ブールが有名な『思考の法則』*Law of Thought* の中で，'新しい問題の始まり'，'新しい数学的分析の方法[確率論]の登場' として，称賛したものである．なお，ド・メレ de Mêrê は，当時のフランスの貴族．

4.2 〈ホイヘンスの14問題の第11〉 2個のさいころを何回投げれば，そのうちの1回は目の和が12になる確率が0.9を越えるか．

（注） Christiaan Huygens, 1629-1695. 振子時計の原理の発明者，光の波動説の最初の提唱者として有名な物理学者．

4.3 30人の看護婦を15人ずつの2組の交代勤務に分ける分け方は約何通りあるか．

4.4 〈誕生日の問題〉 r 人の集団中に同じ誕生日の人が少なくとも2人ある確率は

$$p_r=1-\left(1-\frac{1}{365}\right)\left(1-\frac{2}{365}\right)\left(1-\frac{3}{365}\right)\cdots\cdots\left(1-\frac{r-1}{365}\right)$$

であることを示せ．さらに，$r=5, 10, 15, 20\sim25, 30, 35, 40, 50, 60$ に対して，p_r を計算せよ．

（注） （ ）内をあらかじめ計算しておけば，連乗積の部分は順次計算できる．r の大きいところでは，プログラム電卓を利用するのもよい．

4.5 〈行動科学と確率〉 ある大学の喫茶室には，正方形の小さなテーブルが並べてある．心理学者は，学生たちがどのような形でテーブルへ座るかということに関心をもった．彼は次のような結論を出した．テーブルに座った45組の人々は向かい合って座るより，隣り合って座るほうを好むようである．なぜなら，前者は15組であったが，後者が30組であったからである．この心理学者の推論は妥当であろうか．（モステラー，一部改変）

4.6 〈ガリレイの問題〉 三つのさいころを投げて目の和が9になる場合と10になる場合とは，下記のように，いずれも6通りしかない．しからば，この二つの場合の起る確率は等しいと言えるか．

1 2 6	1 3 6
1 3 5	1 4 5
1 4 4	2 2 6
2 2 5	2 3 5
2 3 4	2 4 4
3 3 3	3 3 4

（注） 現実にガリレイの考察した問題は，数字はこれとはわずかに異なっていたが，同旨である．

4.7 〈ガンの診断〉 i） ガンを診断するための検査法（たとえば，腫瘍マーカー）があるとしよう．C を被検査者はガンであるという事象，A を検査の結果が被検査者はガンであると示す（すなわち，検査結果が陽性となる）事象とする．$\mathrm{P}(A|C)=0.95$，$\mathrm{P}(A^c|C^c)=0.95$ であれば，検査法は一応は信頼できるものといえよう．検査を受ける人の中で，実際にガンの確率が $\mathrm{P}(C)=0.005$ のとき，$\mathrm{P}(C|A)$ を求めよ．（数字は仮のものである．）

ii） i）において検査の信頼性が0.95でなく，一般に $\mathrm{P}(A|C)=\mathrm{P}(A^c|C^c)=R$ $(0<R<1)$ としよう．$\mathrm{P}(C)=0.005$ は変わらないとするとき，$\mathrm{P}(C|A)\geqq0.90$ となるためには，R はどの範囲の値であるべきか．