

◆◆◆ 第 11 章 練習問題 ◆◆◆

11.1 〈指数分布〉 母集団分布が母数 λ の指数分布 $Ex(\lambda)$ であるとき、そこからの大きさ n の標本 $X_1, X_2, \dots, X_n$ にもとづく、 λ の最尤推定量を求めよ。

11.2 〈最小分散不偏線型推定量〉 母平均 μ の正規母集団からの大きさ $n=2$ の標本 X_1, X_2 にもとづく、 μ の推定量のうち、次の条件を同時に満たすもののなかで、分散が最小の推定量を求めよ。

- i) X_1, X_2 の線型(一次)関数、すなわち線型推定量 ii) 不偏性

11.3 母分散 $\sigma^2=4$ の正規母集団から大きさ $n=5$ の標本

9.75, 7.95, 12.80, 8.25, 9.86

を得た。母平均 μ の信頼係数 95% の信頼区間を求めよ。

11.4 〈信頼区間の幅〉 母分散 $\sigma^2=9$ の正規母集団から大きさ n の標本を抽出して、母平均 μ の信頼係数 99% の信頼区間を求めたい。その幅を 1 以下にするには、 n をいくつ以上にすべきか。

11.5 〈対照群との比較〉 次のデータは、20 匹のラットを 10 匹ずつ 2 群に分け、一方にはふつうの食餌を与え、他方には血中の赤血球数を減らすと考えられている薬を混入した食餌を与えた場合の、血液 1mm^3 中の赤血球数である。

投薬群と対照群のそれぞれの平均の差(すなわち、薬の効果)の信頼係数 95% の信頼区間を求めよ(単位: 100 万個)。

投薬群	7.97	7.66	7.59	8.44	8.05	8.08	8.35	7.77	7.98	8.15
対照群*	8.06	8.27	8.45	8.05	8.51	8.14	8.09	8.15	8.16	8.42

(出典: スネデカー、コ克蘭『統計的方法』)

(注) 対照群 contrast group, 制御群 control group とは比較対照の基準として置く実験を制御するための群であり、通常、'何もしない' 群をさす。これに対して、何かをした群(ここでは、投薬群)を、一般に処理群 treatment group という。

11.6 〈母分散が等しくない場合〉 ある化学物質の濃度を二つの方法で測定した。その結果は次の通りであった。

標準法	25	24	25	26				
簡便法	23	18	22	28	17	25	19	16

(出典: スネデカー、コ克蘭『統計的方法』)

標準法に比べて、簡便法は濃度を過小評価しているであろうか。二つの母平均の差の信頼係数 95% の信頼区間を求めよ。

11.7 東京の 1988 年 8 月 1 日から 10 日までの最低気温は

21.8, 22.4, 22.7, 24.5, 25.9, 24.9, 24.8, 25.3, 25.2, 24.6(°C)

であった。以下、正規母集団を仮定する。

- i) 母平均 μ の信頼係数 99% の信頼区間を求めよ。

- ii) 母分散 σ^2 の信頼係数 95% の信頼区間を求めよ。

- iii) さらに、大阪の同期の最低気温は

22.1, 25.3, 23.3, 25.2, 25.3, 24.9, 24.9, 24.9, 24.9, 24.0(°C)

(出典: 『気象年鑑』1989 年)

であった。東京(1)と大阪(2)の最低気温差 $\mu = \mu_1 - \mu_2$ の 95% 信頼区間を作れ。なお、二つの母分散は等しいと仮定せよ。

11.8 〈二項母集団〉 母数 p の二項母集団 $Bi(1, p)$ から、 $n=50$ の大きさの標本を抽出して、0 が 23, 1 が 27 であった。 p の信頼係数 95% の信頼区間を求めよ。

11.9 〈ポアソン母集団〉 1 時間毎の受信電話数を記録したところ

4, 3, 5, 4, 8, 2, 5, 9, 3, 5

であった。ポアソン母集団 $Po(\lambda)$ を仮定して、 λ の信頼係数 99% の信頼区間を求めよ。