QDA©第 1 回　　「量子コンピューティング」事始め　　2024.3.1v1

Quantum Dara Analysis



難しすぎる説明？

　これより、「量子コンピューティング」を話そう。実際以上に難しそうに説明されているが、実はそれほど高度のものではない。多くの人々は量子力学は物理学の最高の学問と考えているが、それも一回り大きい「確率」の世界の中にあることは物理学者が認めている。だが、最近こそ動き出したが、日本の確率論理解の教育は従来から順列・組み合わせ計算（組み合わせ論確率）にこだわるなど世界からは周回おくれで、理系文系ともに十分でない。理系分野でも基礎で苦労するのか、未熟な説明になっている例が少なくなく、これでは力を保って応用までたどり着けない。代数幾何学でフィールズ賞受賞の D.Munford もこれからの時代は「確率論・統計学の時代」になるといっている。「量子コンピューティング」はその一環である。

　そこで大学で学習する統計学、確率論の基礎＊（おおむね大学２年レベル）を知っていると、「量子コンピューティング」Quantum Computing は驚くほど壁が低く感じられ、すっと理解しやすく感じる。たとえば、「確率」（ただし二乗）はそのまま「確率」にとりわけ「重ね合わせ」はほぼストレートに「分布」に対応し、「期待値」もそのままでよい。そして、「量子もつれ」は「多次元分布」「相関関係」「多変量解析」、さらに「観測」は「ランダム・サンプリング」を考えればよい。この進め方を「量子データ解析」Quantum data analysis, QDA という。

　もちろん、そうはいっても、数学的表し方や式運用は、論理式を線形代数で演算する点が変っているが、それでもそう高度までは要求されない。キー概念である「量子もつれ状態」（エンタングル状態）も、アダマール行列〈下記左〉と CNOT ゲート（同右）で簡単に作り出されるが、これとて 0,±1 の 2×２，４×４行列にすぎない。

　＊東京大学教養学部統計学教室（編）『統計学入門』 東大出版会、第 4-7 章

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

アダマール行列　　　　CNOT ゲートの行列

量子コンピューティングに量子力学はあまり登場しない

　まず、「量子コンピュータ」(Quantum Computer)と「量子コンピューティング」(Quantum Computing)は厳に区別しなくてはならない。いわゆる「量子コンピュータ」がスピンや光子でどう装置（device）に実装されるか、0,1 のビットをどのように（超多数）作り出すかは**量子力学上の**最重要課題であるが、開発者も認めるように現在技術的に相当に大きい難関となっていて、本格実用の将来見通しは立っていない。カーツワイルも「シンギュラリティ」2045 年においてさえ実現していないと云う。他方、

「量子コンピューティング」は数学上の原理であって、解説自体には意外にも**量子力学はほとんど登場しない**。説明は最小 2 ビット（したがって硬貨 2 枚でよい）でよいし、詳しい場合でも３ビットである。ほとんどのテキストはそうかかれていてそれでほぼ事足りる。

理論上可能だが長期にぼう大な開発費を投入しても実装して利用できるとは限らないー「実現」しても限りなく小さい規模で実用にはいまだ程遠いケースも含めーことには、「核融合」の例がある。しばしば「夢」として語られるが、投じられる予算、時間、可能性、研究体制を精査することは重要であろう。

云いすぎ

物理学者は「不思議だ」「特別だ」「直観に反する」などと云いすぎである。なぜよけいに「難しく」感じられているかというと、物理学者、物理数学者は、厳密な決定主義思考だけに慣れ親しんでいるからである。確率・統計は考慮したとしてもせいぜいコトバだけの表面的にすぎず、量子力学が非決定理論（確率論的）であることから、「新奇」に感じられているからにすぎない。

私のように確率論や統計学に携わっている人間からすれば（そして**ふつうの人**も）、さいころで何が出るかはあらかじめはわからない（不確実な世界）のは全くふつうのこととして疑わず、しかも、いったんさいころを投げた後は、（たとえば）３の目が出て「観測」によって不確実性は消える。そこに何の不思議も意外性もない。物理学者はニュートンの力学を神聖視し微分方程式を経典のように考えるが（ニュートン自身はずっと引いて謙遜であった）、落下実験でさえどこまで行っても誤差を完全に追放することはできない。実際、いくらわずかであっても追放できないことこそ本来なのであり、誤差をただ表面的と考える所に問題がある。

「確率的」というならまず「確率」自体の基礎は押さえておきたいものである。

コペンハーゲン解釈と確率論的な「重ね合わせ」

アインシュタイン A.Einstein は、論争の中でボーア N.Bohr を意識して「神はさいころを振らない（God does not play dice）と云ったが、物理学上の真意はどこにあるのだろうか。ボーア N.Bohr の人柄が独断的だったともいうが、では物理学者の人柄が本質的なのか。いずれにせよ、量子力学は**さしあたり**ボーアの主導する確率論的解釈――ボーアがデンマーク人であったことから「コペンハーゲン解釈」といわれる――のうえに成り立っていて、今日大きく異を立てる筋はなく論争は事実上決着している。 論争の中にいたディラック（P.Dirac）自身も、そのテキスト *The Principles of Quantum Mechanics* のなかでも論争に触れることはない。実際、過度に実験に深く踏み込むとか数式が多すぎることもなく、第一章の真正面から *Superposition*（確率論的な状態重ね合わせ）の平易な説明ではじめている。

そこで、ここでは（ここだけだが）重要事項として、確率論的な「重ね合わせ」表現のイメージを説明するために、ふつうの確率分布としてさいころのケース

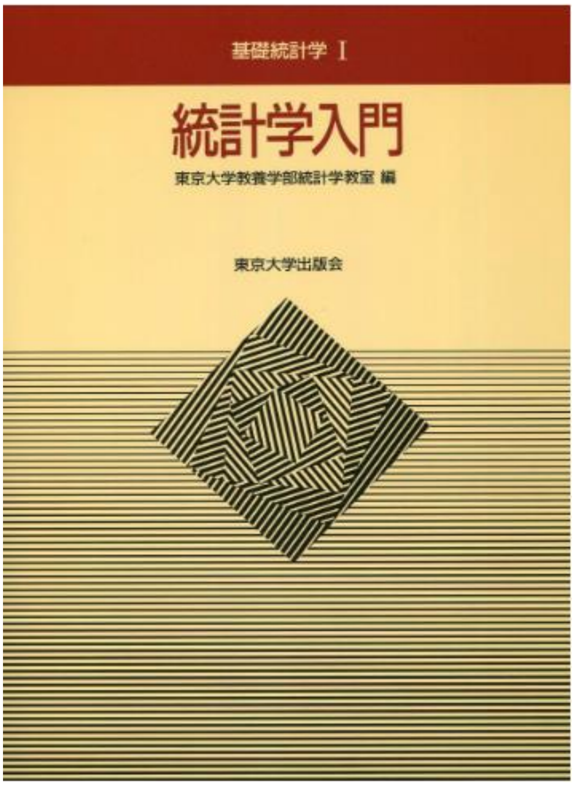
X	1	2	3	4	5	6
確率	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

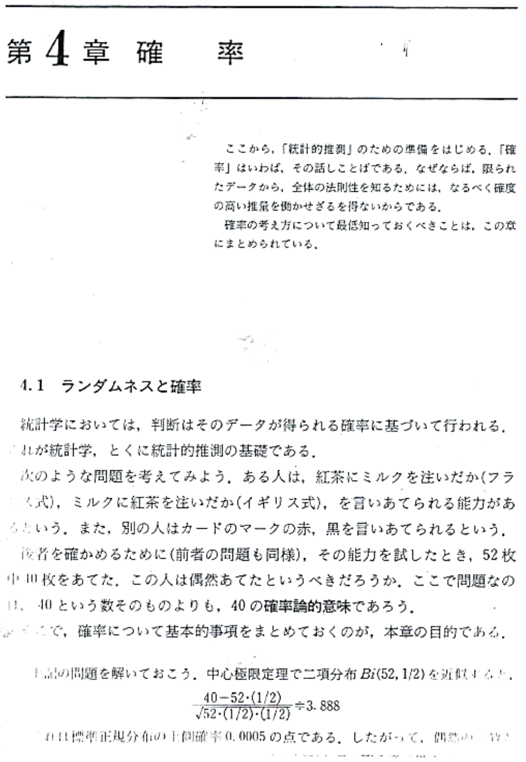
がディラックのいわゆるケット（ket）を使って、6 通りの状態から、「重ね合わせ」で

$$|X\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}\,|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}\,|2\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}\,|3\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}\,|4\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}\,|5\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}\,|6\rangle$$

とあらわせることだけを理解しておこう。

もちろん、実際の量子コンピューティングの世界では、元になった量子力学から、一般に 2 乗が確率になること、「状態」とは「量子状態」のこと、それは物理量演算子の固有値として「固有状態」eigenstate といわれることなどが、約束としてある。ここでは、まずは**「さいころ」とは６通りの目の重ね合わせである」**とだけ、心がけておけばよい。





第 4 章　確　率

ここから，「統計的推測」のための準備をはじめる．「確率」はいわば，その話しことばである．なぜならば，限られたデータから，全体の法則性を知るためには，なるべく確度の高い推量を働かせざるを得ないからである．

確率の考え方について最低知っておくべきことは，この章にまとめられている．

4.1　ランダムネスと確率

統計学においては，判断はそのデータが得られる確率に基づいて行われる．れが統計学，とくに統計的推測の基礎である．

次のような問題を考えてみよう．ある人は，紅茶にミルクを注いだか(フラス式)，ミルクに紅茶を注いだか(イギリス式)，を言いあてられる能力があという．また，別の人はカードのマークの赤，黒を言いあてられるという．後者を確かめるために(前者の問題も同様)，その能力を試したとき，52 枚中 40 枚をあてた．この人は偶然あてたというべきだろうか．ここで問題なのは，40 という数そのものよりも，40 の確率論的意味であろう．

そこで，確率について基本的事項をまとめておくのが，本章の目的である．

上記の問題を解いておこう．中心極限定理で二項分布 $Bi(52, 1/2)$ を近似すると，

$$\frac{40-52\cdot(1/2)}{\sqrt{52\cdot(1/2)\cdot(1/2)}} \fallingdotseq 3.888$$

これは標準正規分布の上側確率 0.0005 の点である．したがって，偶然の